# 分子動力学法による

# 環境負荷の少ない次世代燃料電池の固体電解質の研究 - イオン間相互作用とダイナミカルな構造の解明-

長岡工業高等専門学校 一般教育科 松永茂樹

# Research on Solid Electrolytes of Next-Generation Fuel Cells with Less Environmental Load by Molecular Dynamics

-Elucidation of Ionic Interactions and Dynamic Structure-

#### Shigeki Matsunaga

Division of General Education, Nagaoka National College of Technology

次世代燃料の電解質として期待される超イオン導電体、及びその融体である溶融塩、さらに複雑な分子集合体が形成される溶液の構造や輸送現象などの物性について、分子動力 学シミュレーションによる研究を継続して行ってきた。水素を燃料とする燃料電池の電解 質として期待される無機固体酸の融体およびガラス中で、遮蔽された BMH 型のポテンシ ャルを用いて分子動力学シミュレーションによる研究を行い、ガラス転移に伴って構造や 輸送係数だけでなく、水素原子の結合に寄与する電子状態も変化することを見出した。ま た、溶融硫酸塩混合系 Li<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>-Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>系について、やはり遮蔽された BMH 型のポテン シャルを用いて分子動力学シミュレーションを行い、イオン伝導機構の研究を行った。構 造やイオン相関角の詳細な解析から、Li と Na の拡散機構に顕著な違いがあることが認め られた。さらに、超イオン導電体 AgBr-CuBr 系に関して分子動力学シミュレーションを 行い、Ag と Cu イオンの分布の差異に関して、単位格子面上および単位格子内部につい て詳細に考察した。また、電解質に関する発展的研究として、生体燃料電池の電解質に用 いられる乳酸-ピルビン酸水溶液における分子動力学シミュレーションによる研究を行 い、希薄濃度側での誘電率が異常に増大し極大を持つこれまで知られていない現象を見出 し、その原因について議論した。

We discuss the physical properties of superionic conductors, which are expected as electrolytes for next-generation fuels, molten salts that are their melts, and the structure and transport phenomena of solutions that form complex molecular aggregates. We have continued my research by molecular dynamics simulation. A molecular dynamics simulation study using the shielded BMH-type potential was conducted in a melt of an inorganic solid acid expected as an electrolyte for hydrogen-fueled fuel cells and in glass. We found that not only the transport coefficient but also the electronic state that contributes to the bonding of hydrogen atoms changes. In addition, for the molten sulfate mixed system Li<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>-Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> system, molecular dynamics simulation was performed using the shielded BMH type potential, and the ion conduction mechanism was studied. Detailed analysis of the structure

and ionic correlation angle revealed that there was a significant difference in the diffusion mechanism between Li and Na. Furthermore, a molecular dynamics simulation was performed on the superionic conductor AgBr-CuBr system, and the difference in the distribution of Ag and Cu ions was discussed in detail on the unit cell plane and inside the unit cell. In addition, as an advanced study on electrolytes, we conducted a study by molecular dynamics simulation of lactic acid-pyruvic acid aqueous solution used for electrolytes of biofuel cells, and found an unknown phenomenon that the dielectric constant increases abnormally on the dilute concentration side and has a maximum.

#### 1. はじめに

近年の地球温暖化などの気候変動を背景に、化石燃料の燃焼による CO<sub>2</sub> ガスの排出を より抑制しようとする世論の動向など、国民の環境改善とエネルギー消費節約の意識は 益々高まっている。我が国は産業立国のためエネルギー資源をほとんど海外からの輸入に 依存しているにも拘わらず、産業や家庭で消費されるエネルギーは世界有数の消費量であ る。一方で国土は狭く、産業や家庭から排出される汚染は周囲に大きな影響を与える。こ のため、環境に影響を与えない新しいエネルギー源の開発、効率的にエネルギーを伝達・ 貯蔵する技術、さらに環境を改善する取り組みとそのための技術が求められている。

超イオン導電体または固体電解質と呼ばれ、固体でありながら可動陽イオンが液体と同 程度の拡散係数を持つ物質がある<sup>[1]</sup>。我々は、CO<sub>2</sub>を排出しない次世代水素燃料電池の 電解質として用いられ、水素センサーとしても期待される超プロトン伝導体の混合系 CsHSO<sub>4</sub>-CsH<sub>2</sub>PO<sub>4</sub> について、融体とガラス状態において分子動力学法(MD)と第一原理 計算を行い、ガラス転移に伴う電子状態の変化を認め、水素がガラス中でも結晶中と同様 にSO<sub>4</sub> や PO<sub>4</sub> と相互作用しながら移動していくことを確認した<sup>[6]</sup>。

超イオン導電体中では主に一種類の可動陽イオンが伝導に寄与するが、我々はより複雑 な超イオン導電体の混合系に着目し、2種類の陽イオンによる伝導について考察した。混 合系とすることで超イオン導電相への転移温度が下がり、実用化により近づくと考えられ るからである。2種類の陽イオンによる伝導が起こる超イオン導電体については、2種類の 陽イオンはほぼ同様に分布し拡散するというのが定説であった。我々は2種類のイオンの 分布の差異、輸送係数の違い等について考察してきた。Li<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>-Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>系は高温で二種 類の陽イオンが拡散する超イオン導電体で、高温で動作する二次電池、燃料電池、蓄熱器 などへの応用が期待される。Li と Na では SO<sub>4</sub> イオンとの相互作用や拡散のメカニズムが 異なることを議論した<sup>[11]</sup>。

また、貴金属ハロゲン化物には超イオン導電性を示すものがありこれまで多くの研究が なされてきた。我々は、より複雑な貴金属ハロゲン化物の混合系に着目し、超イオン導電 相や融体の構造、輸送現象やダイナミックスについて考察してきた。二種類の可動陽イオ ン Ag と Cu を含む AgBr-CuBr 系の超イオン導電相の MD による研究を行い、単位格子内 の Ag と Cu の分布の差異について詳細に検討した<sup>[14,31]</sup>。

さらに電解質の発展的研究として有機物の電解質溶液を取り上げた。近年、人間の体内 や体表面でも使用できる新しい安全なエネルギー源として、溶液中の有機分子を燃料とす る燃料電池が注目されている。有機分子として人間の体内にも存在する乳酸やグリコール 酸等の生体関連物質を使うため「バイオ電池」とも呼ばれている。バイオ燃料電池の電解質 としての有機物の水溶液の分子動力学シミュレーションを継続して行い、構造や輸送現象、 さらに誘電率について一連の考察を行った<sup>[2-5,7-10,12-14]</sup>。

#### 2. 無機固体酸の融体およびガラス中の水素電導のシミュレーションによる研究

無機固体酸 CsH<sub>2</sub>PO<sub>4</sub> や CsHSO<sub>4</sub> 等は高い水素伝導度を持つ個体電解質であり、超プロトン伝導体とも呼ばれる。超プロトン伝導相では、水素の伝導度は液体電解質と同様の約  $10^{-2}$  S/cm 程度である。従って、無機固体酸は 400K~500 K の温度範囲で動作する燃料電池の有力な候補である。無機固体酸 CsH<sub>2</sub>PO<sub>4</sub> と CsHSO<sub>4</sub> の混合系 Cs<sub>2</sub> (HSO<sub>4</sub>) (H<sub>2</sub>PO<sub>4</sub>) でも転移温度 370 K 以上で高い水素伝導が認められる。この系の特徴的な性質として、高温の融体からの急冷によって高温の構造が室温でも保持され、室温において超プロトン伝導ガラスが形成される  $^{16,171}$ 。無機固体酸 CsH<sub>2</sub>PO<sub>4</sub> と CsHSO<sub>4</sub> についてはこれまで MD による研究が行われてきたが、混合系 Cs<sub>2</sub> (HSO<sub>4</sub>) (H<sub>2</sub>PO<sub>4</sub>) については我々の知る限りこれまで MD による研究はおこなわれていない。これらの状況を踏まえて Cs<sub>2</sub> (HSO<sub>4</sub>) (H<sub>2</sub>PO<sub>4</sub>)系の MD による研究を計画した。MD には遮蔽効果とイオンの分極を考慮したBorn-Mayer-Huggins (BMH) type のポテンシャルを用いた  $^{[6]}$ 。これらは次のように表される。

$$\Phi_{ij}(\mathbf{r}) = \Phi_{ij}^{0}(\mathbf{r}) - \left\{1 - f_{ij}(\mathbf{r})\right\}^{2} \frac{P_{ij}}{r^{4}} , \qquad (1)$$

$$\Phi_{ij}^{0}(\mathbf{r}) = f^{2} z_{i} z_{j} \frac{e^{2}}{r} + A_{ij} \exp(-B_{ij} \mathbf{r}) - \left\{1 - f_{ij}(\mathbf{r})\right\}^{2} \frac{C_{ij}}{r^{6}} , \qquad (2)$$

$$P_{ij} = \frac{1}{2} \left( \alpha_i z_j^2 e^2 + \alpha_j z_i^2 e^2 \right).$$
(3)

方程式(2)においてfは隣接するイオンによる Coulomb 相互作用の減衰係数であり 0.4 と仮定する。 $P_{ij}$ は電荷とイオンの分極 $\alpha_{ij}$ による双極子の相互作用、方程式(1)と(2)の $f_{ij}$ (r) はポテンシャルの発散を防ぐための減衰項であり、以下のように表される。

$$f_{ij}(\mathbf{r}) = \frac{2}{\exp(+k_{ij}\mathbf{r}) + \exp(-k_{ij}\mathbf{r})} , \qquad (4)$$

ここで、*r* = 3.0Å において *f*<sub>+</sub> (r)が訳 0.2 となるようにパラメータ *k<sub>ij</sub>*=0.77 とする。以上に加えて、O-S-O, S-O-S, O-P-O, P-O-P の三体相互作用 (5)を導入する。

$$V_{ijk} = K_{ijk} (\theta_{ijk} - \theta_0)^2 , \qquad (5)$$

ここで $\theta_{ijk}$ はO-S-O, S-O-S, O-P-O, P-O-Pの結合角である<sup>[6]</sup>。MDのセルには1875個の 原子、すなわち125個のCs<sub>2</sub>(HSO<sub>4</sub>)(H<sub>2</sub>PO<sub>4</sub>)を含んでいる。Coulomb力の計算には Ewald 法を用いる。水素のイオン質量が小さいため0.001 fs おきに Gear アルゴリズムを 用いて数値積分を行う。温度制御にはNoseの方法を用いる。系は最初2000Kで粒子数、 温度、体積(NTV)一定の条件で平衡に保たれ、次に1K/sの割合で1500Kまで冷却される。 更に 0.1K/sの割合でガラス転移温度以下の1150-550Kの任意の温度まで冷却される。 急冷によって得られる以下の結果から系のガラス転移が再現されたことが推定される。(1) S-O、P-O等に対する2体分布関数の第二近接のピークに特徴的なショルダーが現れた。(2) 単位温度以下ではイオンの拡散係数が急激に減少した。(3) Voronoi 多面体解析から、多面体の最多の頂点の数は融体およびガラスともに5 であるが、ガラス転移によって頂点の数の分布が若干大きい側にシフトする。また、面の数の分布も大きい側にシフトし、最多の面の数が融体の12 からガラスの13 に増加する。これらを図1(a)、(b) に示す。



次に、融体からガラス転移することに伴う電子状態の変化について考察する。これまで 一般に物質のガラス転移についての考察は主に熱力学に基づくものが主であり、電子状態 の変化についての考察は我々の知る限り、我々の銀ハロゲン化物のガラス転移の研究以前 にこれまで見られない<sup>[18]</sup>。このような状況のもとで、 $Cs_2(HSO_4)(H_2PO_4)$ 系の融体から ガラス状態への転移における電子状態の変化について考察した。第一原理計算はこれ目で の我々の研究<sup>[18]</sup>と同様に密度汎関数法の局所密度近似(local density approximation, LDA) <sup>[19,20]</sup> によって行われ、Troullier and Martins による norm 非保存方の pseudopotential<sup>[21]</sup> を用いた。周期的境界条件を用いた直方体中の平面波展開の Cut off energy は 400 eV であ る。Brillouin zone 中の積分は 2x2x2 Monkhorst and Pack grid を用いた<sup>[22]</sup>。これらの計 算は ABINIT<sup>[23]</sup> を用いて行った。ガラス構造の 300K における等電子密度面を 0.01a. u.について図2に示す。図2において、H-O、S-O、P-Oのような陽イオンと陰イオンの ペアが同一の面内に存在することが見て取れる。更に、電子の状態密度を、1150Kにおけ る融体と 300K でのガラス状態について図 3(a)、(b) に示す。これらの図で S 3s、P 3s、 O 2s 状態はほとんど重なっているが、これらの電子状態が共有結合的であることを示し ている。融体の電子状態の図3(a)ではH1s状態はこれらの状態と一部が重なっているが、 ガラス状態の図3(b)ではH1s状態は主にO2p状態と重なる。この結果はガラス状態に おいても水素イオンが SO4 および PO4 イオンと相互作用しながら拡散する "パドルホイ ールメカニズム"が成り立つことを示している。







#### 図 3(a)



#### 3. 溶融硫酸塩混合系 Li<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>-Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>系の分子動力学法によるイオン伝導機構の研究

Li<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>-Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>系は高温で二種類の陽イオンが拡散する超イオン導電体で、高温で動 作する二次電池、燃料電池、蓄熱器などへの応用が期待される。超イオン導電体における 陽イオンの拡散機構のモデルとしては、前章で述べたように結晶格子点で回転する正四面 体の SO4 などの陰イオンと Li や Na などの陽イオンが相互作用しながら拡散していく "パ ドルホイールモデル"と、格子点の SO<sub>4</sub> 陰イオンの相関の無い振動と回転によって拡散の 経路が作られるとするパーコレーションモデル"がある。超イオン導電相におけるシミュ レーションによる先行研究としては MD<sup>[25]</sup> 及び逆モンテカルロ法 (RMC)<sup>[24]</sup> による研究 が行われているが、得られた構造の結果には不一致が見られる。また、融体での MD に よる研究はこれまで行われていない。これらを踏まえて、本研究では主にLi<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>-Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> 系の融体中での Li と Na の拡散機構の違いについて考察する。本研究では先行研究 <sup>[25]</sup> と は異なり、前章と同様の遮蔽された BMH 型のポテンシャルと O-S-O、S-O-S に対しては 三体相関のポテンシャルを用いる<sup>[11]</sup>。MD による結果のうち、Li と Na の分布の違いは S及びOイオンとの結合角の分布に端的に表れている。得られた結合角の分布を図4(a)-(d) に示す。本研究の MD は融体で行われたが、図 4 (a)、(b) の O-S-O、S-O-S の結合角 分布は SO4 の正四面体構造がある程度残っていることを示している。MD は融体で行わ れているが、これらの結果は陽イオンの拡散のメカニズムがある程度固相との類推で理解 できることを示唆している。図4(c)、(d)に O-Li-O と O-Na-O, 及び S-O-Li と S-O-Na をそ

れぞれ示す。図4(c)より、LiとNaイオンは四面体位置(tetrahedral site)、及び八面体位 置(octahedral site)に分布していることが示唆されるが、LiとNaの分布には違いが見ら れる。LiとNaの不一致は図4(d)において顕著に認められる。図4(d)のS-O-Liでは約 60°110°にピークがあり、S-O-Naでは約100°にピークがある。これらの結果は融体中に 固相と同様の構造がある程度残っており、Naイオンは主に四面体位置に分布しパドルホ イールメカニズムによって拡散することを示唆している。一方Liイオンは主に八面体位 置に分布し、拡散路に沿って移動する、つまりパーコレーションメカニズムによって拡散 すると考えられる。



# 4. 超イオン導電体AgBr-CuBrにおけるAgとCuイオンの分布の差異に関する分子動力 学シミュレーションによる研究

貴金属ハロゲン化物のうち AgI や CuBr は高温で超イオン導電体になるが、岩塩構造の AgBr や AgCl は融解するまで超イオン電導が現れない。そのため、これら2種類の異な る貴金属ハロゲン化物の混合系に特に興味が持たれる。二種類の貴金属可動陽イオンを持 つ超イオン導電体の構造は主として AgI-CuI 系について考察されてきたが、Ag と Cu イ オンは同じように分布し拡散するというのが定説であった<sup>[26,27,28]</sup>。Ag – I 間と Cu – I 間の二体分布関数の差異は実験から認められていたが<sup>[28]</sup>、I イオンの bcc 構造中の Ag と Cu イオンの分布の差異の明確なイメージは示されていなかった。AgBr-CuBr 系について は特に AgBr rich 側で詳細な実験的解析がなされているが<sup>[29,30]</sup>、特に CuBr rich 側の高温 の超イオン伝導相での議論が不十分であった。これらの先行研究を踏まえて、二種類の可 動陽イオン Ag と Cu を含む AgBr-CuBr 系の超イオン導電相の MD による研究を行った。 MD はイオンの分極を考慮した RVP type の二体ポテンシャルを用い、(Ag<sub>x</sub>Cu<sub>1-x</sub>) Br, x<sub>Ag</sub>=0.10 及び x<sub>Ag</sub>=0.40 の組成で NTP 一定の条件で計算を行った<sup>[14,31]</sup>。特筆すべき結果 として、Br の bcc 格子の (1,0,0) 面内における Ag と Cu 陽イオンの分布の差異が認めら れた。x<sub>Ag</sub>=0.40 の組成では Ag と Cu はどちらも主に八面体位置 6 (b) site に分布し、特に Cu には <1,0,0>方向に帯状の分布が見られる。一方 x<sub>Ag</sub>=0.10 の組成では Cu は 12 (d) site に分布するのに対して、Ag は八面体位置 6 (b) site に分布しており、いずれにも <1,0,0>方向に帯状の分布が見られる。x<sub>Ag</sub>=0.10 の組成での格子内のイオンの分布を詳 細に考察するため、(1,0,0) 面を格子の一片の 1/16、1/8、1/4、3/8、1/2 だけセルの中 心方向にシフトさせた面でのイオン分布を求めた。Cu を図 5(a)、Ag を図 5(b) に示す。



Ag と Cu の分布の明確な差異に関する報告は我々が知る限り本研究が最初の報告である<sup>[14,31]</sup>。このような陽イオンの分布の差異は例えば輸送係数など他の物性に影響を与えるものと考えられる。我々は研究を継続しこれらの点を明らかにしてきた<sup>[32-36]</sup>。Ag と Cu の分布の差異は直接的には分子動力学シミュレーションに用いた二体ポテンシャルによる二体相互作用の差異に起因する。他方、我々がこれまで行った電子状態の研究から、混成軌道 Ag 4d, Cu 3d, Br 4p が形成される<sup>[36]</sup>。Cu 3d は Ag 4d よりも Fermi レベルに近い。換言すれば、Ag-Br は Cu-Br よりも共有結合性が強い。この結合の違いが格子中のAg と Cu の分布に影響していると考えられる。

## 5. 生体燃料電池の電解質に用いられる 乳酸-ピルビン酸水溶液における誘電率の異常に 関する分子動力学シミュレーションによる研究

本研究の発展として、溶液中での水分子と有機分子の集合体が溶液の物性に与える影響 について考察する<sup>[2-5,7-10,12,13]</sup>。近年、人の汗にも含まれる乳酸(L-acid)を燃料とした燃料 電池が試作され、人の皮膚でも動作する携帯可能な燃料電池として注目されている。これ までの予備的研究で、生理食塩水中の乳酸とピルビン酸(P-acid)の希薄水溶液で誘電率の 異常な増大を認めた<sup>[3]</sup>。誘電率は燃料電池を設計する際に重要になる物理量である。本 研究の主な目的は分子動力学法によって乳酸とピルビン酸の希薄溶液中の構造と誘電率の 変化を詳細に調べるためである。誘電率εは次のように定義される<sup>[15]</sup>。

$$\frac{(\varepsilon - 1)(2\varepsilon' + 1)}{(\varepsilon + 2\varepsilon')} = \frac{3k_{B}\varepsilon_{0}TV}{M^{2}}$$
(6)

ここで  $k_B$  はボルツマン定数、 $\varepsilon_0$  は真空の誘電率、 $\varepsilon'$  はセルの外側の誘電率、T は絶対 温度、V はセルの体積である。 $M^2$ の項は次のように表される。

$$M^{2} = \langle \left| \sum_{i=1}^{N} \overline{\mu_{i}} \right|^{2} \rangle \tag{7}$$

ここで $\vec{\mu}$ はi番目の分子の双極子モーメントである。周期的境界条件のもとでは $\epsilon' \rightarrow \infty$ を仮定すると $\epsilon$ はその結果次のように表される。

$$\varepsilon = \frac{M^2}{3k_B\varepsilon_0 TV} + 1 \tag{8}$$

乳酸とピルビン酸の様々な組成において求めた ε の値を図 6 に示す。特徴的なピークが 約 0.20 mol/L の組成に認められる。このような希薄溶液側の極めて大きな ε の値は我々 の研究以前に報告の無い現象である<sup>[4]</sup>。その原因としては、溶液中のイオンの集合によ って大きな双極子モーメントが形成されたためと考えられる。また、その後組成の増加と ともに誘電率が増大するが、これは方程式(8)に見られるように双極子モーメントを持つ イオンの組成の平方に比例する<sup>[37]</sup>。本研究は継続中であり、有機物水溶液の希薄溶液に おける大きな双極子モーメントの形成と誘電率の増大については今後さらに詳細に研究を 進める予定である。



#### 5. 結論

無機固体酸の水素電導ガラスとその融体において、遮蔽された BMH type のポテンシャルを用いて分子動力学シミュレーションを行い、急冷によってガラス転移が起きることを 確認した。ガラス中で水素は SO4 及び PO4 イオンと相互作用しながら拡散する。また、 ガラス転移に伴って電子状態の変化が起こることを第一原理計算によって確認した。 次 に、燃料電池の電解質として用いられる Li<sub>2</sub>SO4-Na<sub>2</sub>SO4 系の融体について Li イオンと Na イオンの分布の違いが、格子を形成する SO4 イオンとの角度相関に顕著に現れること を確認した。これは Li イオンと Na イオンの拡散の機構が異なることを示唆している。 更に、超イオン導電体(Ag<sub>x</sub>Cu<sub>1x</sub>) Br における Cu rich 側の x<sub>Ag</sub>=0.10 の組成で、単位格子 面(1,0,0)上の Ag と Cu イオンの分布の顕著な差異について、単位格子の内部の分布を詳 細に調べた。燃料電池の電解質としての有機物の水溶液については、希薄溶液側で顕著な 誘電率の極大を認めた。これは溶液中で分子が集合し大きな双極子モーメントが生じたた めと考えられる。

### 6. 謝辞

本研究は、2019年度日本板硝子材料工学助成会の研究助成を受けて行ったものである。 同助成会に心より感謝いたします。

## 7. 参考文献

- 1) See for example, S. Chandra, Super Ionic Solids, (Amsterdam, North-Holland), 1981
- 2) S. Matsunaga, IOP Conference Series: Materials Science and Engineering 369 (1) 012014 (6pp), 2018
- 3) S. Matsunaga, AIP Conference Proceedings 1981, 020115(4pp), 2018
- 4) S. Matsunaga, Polymer Engineering & Science 59(12), 2474-2478, 2019
- 5) 田巻繁, 松永茂樹, 日下部征信, 水・水溶液系の物性, 近代科学社 Digital, 2020
- 6) S. Matsunaga, Molecular Simulation 46(17), 1327-1333, 2020
- 7) S. Tamaki, S.Matsunaga, M.Kusakabe, Electromagnetic Field Radiation in Matter, Dr. Walter Gustavo Fano (Ed.), IntechOpen, Chap. 5, 69-101, 2020
- 8) S. Matsunaga, Prime Archives in Molecular Sciences, Dr. Sławomir Lach (Ed), Vide Leaf, 1-33, 2020.

- 9) S. Matsunaga, Journal of Physics: Conference Series 1730, 012045(8pp), 2021
- 10) S.Matsunaga, AIP Conference Proceedings, 2380(1), 200001(6pp), 2021
- 11) S.Matsunaga, Physics and Chemistry of Liquids 60(2), 190-202, 2021
- 12) S.Matsunaga, 29th European Biomass Conference and Exhibition Proceedings 5CV.2.20 1392-1395, 2021
- 13) S.Matsunaga, New Ideas Concerning Science and Technology, Vol. 9, B P International, 125-132, 2021
- 14) S.Matsunaga, Newest Updates in Physical Science Research Vol. 11, B P International, 1-9, 2021
- J.-P. Hansen and I. R. McDonald, *Theory of Simple Liquids*, 2<sup>nd</sup> Ed., London: Academic Press, 1986.
- 16) S. M. Haile, D.A. Boysen, C.R.I. Chisholm, R.B. Merle, Nature 410, 910, 2001.
- 17) C. R. I. Chisholm, S.M. Haile, Acta Crystallogr. B 55, 937, 1999.
- 18) S. Matsunaga, Ionics, 24(5), 1371-1376, 2018
- 19) P. Hohenberg and W. Kohn, Physical Review, 136, B864, 1964
- 20) W. Khon and L. J. Sham, Physical Review, 140, A1133, 1965
- 21) N. Troullier and J. L. Martins, Physical Review B, 43, 1993, 1991
- 22) H.J. Monkhorst, J.D. Pack, Phys Rev B 13, 5188, 1976
- 23) ABINIT code is a common project of the University Catholique de Louvain, Corning Incorporation, and other contributions (URL http://www.abinit.org ); X. Gonze et al., Zeitschrift für Kristallographie, 220, 558, 2005
- 24) L. Karlsson, R. L. McGreevy, Solid State Ionics. 76, 301-308, 1995
- 25) M. Ferrario, M. L. Klein, I. R. McDonald, Mol. Phys. 86, 923-938, 1995
- 26) A. K. Ivanov-Shitz, B. Yu. Mazniker, E. S. Povolotskaya. Crystallogr. Rep. 46, 292-295, 2001
- 27) J. Bośko, J. Rybicki, Solid State Ionics. 157, 227, 2003.
- 28) J. Kimura, T. Ida, M. Mizuno, K. Endo, M. Suhara, and K. Kihara, J. Mol. Struct. 522, 61, 2000
- 29) M. Saito, S. Tamaki, Solid State Ionics. 60, 237, 1993
- 30) J. Teltow, Z. Phys. Chem. 18, 134, 1958
- 31) S. Matsunaga, J. Phys. :Conf. Ser. 144, 012011, 2009
- 32) S. Matsunaga, S. Tamaki, J. Phys.: Condens. Matter. 20, 114116, 2008
- 33) S. Matsunaga, Molecular Simulation, 38(5), 384, 2012
- 34) S. Matsunaga, Proc. of 2 nd Int. Conf. Smart Materials and Nanotechnology in Engineering (SMNE 2012), 20, 309, 2012
- 35) S. Matsunaga, Trans. Mater. Res. Soc. Jpn. 38(2), 177, 2013
- 36) S. Matsunaga, Ionics, 21, 161, 2015
- 37) P. Wang and A. Anderko, Fluid Phase Equilibria, 186, 103-122, 2001